PERCHÉ UN AEREO VIRA

Vi chiederete senz'altro il perché di questo trattato. La risposta è piuttosto semplice: perché NESSUN testo di scuola aeronautica, spiega in modo corretto le ragioni che portano un aeromobile che inclina le ali, a virare.

Sicuramente un'affermazione di questo tipo necessita di una spiegazione approfondita, unitamente ad una dimostrazione della medesima che non può in alcun modo essere confinata solo nell'ambito opinionistico e quindi filosofico.

Alla domanda degli alunni :"Come mai un aereo vira?", tipicamente gli viene esposto lo schema seguente, con la relativa spiegazione:

"Prufessur" – In figura 1 vediamo un aereo in volo livellato. La portanza eguaglia il peso. Non vi sono altre forze in gioco, pertanto l'aereo (supposta assenza di vento traverso), procede in moto rettilineo.

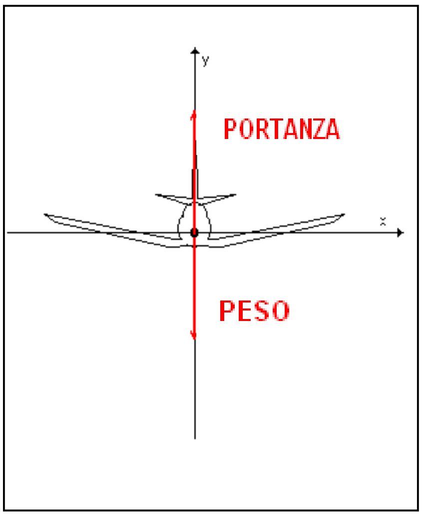

Figura 1

"Alunno quadratico medio" – Cosa succede allora quando vira ? Che cosa lo porta in virata ?

"Prufessur" – Quando un aereo inclina le ali, la portanza si inclina e sugli assi trasversale e di imbardata abbiamo le risultanti proporzionali rispettivamente a coseno e seno dell'angolo formato dalla portanza con l'asse trasversale.
Quindi si ha che la forza risultante sull'asse trasversale è bilanciata da un'altrettanta forza centrifuga uguale in modulo, ed opposta in verso.

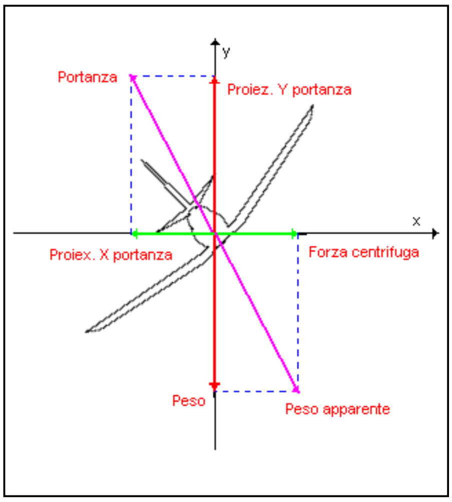

Figura 2

Dicasi lo stesso per quanto riguarda la portanza, che è bilanciata da una forza di pari modulo e direzione ma di verso opposto. Questa forza di chiama "peso apparente" (Figura 2).

FORZE

A questo punto esco dalla mia allegorica presentazione dell' "alunno quadratico medio" e del "prufessur", per chiarire alcuni concetti fondamentali di Fisica e quindi mostrare cosa c'è di errato nel ragionamento di cui sopra.
Anzi tutto è da sottolineare che: se tutte le forze fossero perfettamente bilanciate, nessun effetto si avrebbe sul moto dell'aereo. La sommatoria di esse, infatti, sarebbe **zero** (!).
In volo livellato, infatti, la "forza peso" (m**g**, ossia massa per accelerazione di gravità) è controbilanciata dalla portanza. Pertanto l'aereo vola in moto RETTILINEO. Se infatti una delle due avesse il sopravvento sull'altra, l'aereo cabrerebbe o picchierebbe.
Quindi se durante una virata, la proiezione della portanza sull'asse *x* (figura2) fosse bilanciata dalla "forza centrifuga", l'aereo inclinerebbe le ali, ma….proseguirebbe in moto rettilineo uniforme. Il ragionamento è simile se realmente vi fosse la "forza peso apparente".

Inizio subito a porre un mattoncino fondamentale: in natura esistono solo QUATTRO forze: Forza Forte, Forza Debole, Forza Elettromagnetica, Forza Gravitazionale.
Escludiamo dal nostro ragionamento le prime due, in quanto sono a livello nucleare. La terza non ci interessa per il nostro ragionamento. La quarta è quella di cui abbiamo necessità. Si, perché è proprio essa che genera il PESO. Ossia, per dirla in breve, l'interazione tra i nostri piedi ed il pavimento.

Non scenderò in ulteriori dettagli della Fisica per spiegare le forze (di pagine se ne potrebbero scrivere a iosa), ma quanto detto sopra vi basti, in quanto serve per questo trattato.

Si tenga però presente un aspetto FONDAMENTALE: una forza NON esiste in modo isolato. Essa È SEMPRE la risultante di UN'INTERAZIONE tra corpi e/o tra cariche elettriche.

La forza gravitazionale è la risultante dell'interazione tra i vari atomi (che sono tra loro legati per effetto dell'elettromagnetismo) ed è quindi proporzionale alla quantità di massa. E così via.

NEWTON

Non intendo tediarvi in alcun modo, ma è giusto conoscere pochi principi fondamentali della Fisica che qui sono essenziali:

LE TRE LEGGI DI NEWTON

Newton era un simpatico signore che, analizzando nei particolari ciò che avveniva in natura (il cui nome derivato dal Greco è: fisica), ne ha estrapolato le leggi fondamentali.

1ª Legge: Un corpo, se non perturbato da alcuna forza esterna, procede in moto rettilineo uniforme.

Anche se noi il corpo lo vediamo "fermo" (fermo rispetto a cosa ?! Od in moto rispetto a cosa ?!) per la prima legge di Newton É SEMPRE in moto rettilineo uniforme in quanto: non è perturbato da alcuna forza, oppure la somma delle forze ha risultante nulla e pertanto rimane immobile.

2ª Legge: La SOMMATORIA delle forze è uguale al prodotto tra la massa del corpo e la risultante delle accelerazioni

É più nota nella sua forma: $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

Ho contrassegnato in grassetto il termine "F" ed il termine "a" in quanto sono dei vettori, mentre il termine "m" è uno scalare. Questi sono termini matematici che ci interessano in modo relativo pertanto li cito solo per dovere di cronaca. In ogni caso questa e SOLO questa è la formula esatta della seconda legge di Newton. Se da qualche parte la trovate scritta in questa forma: $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, sappiate che è ERRATA, in quanto la massa "m" può subire diverse accelerazioni, in diversi punti di essa. La risultante di queste accelerazioni sulla massa stessa produce una forza univoca, che è costituita dalla sommatoria delle singole forze.

È un po' come suddividere la massa in tanti pezzettini, ciascuno con la sua accelerazione. Eseguire per ciascuno di essi il prodotto "m**a**" e poi riunirli tutti insieme, ossia farne una sommatoria (Σ) per ottenere la forza risultante.

3ª Legge: Quando due corpi **interagiscono** l'un con l'altro sviluppano una forza. In essi, questa forza ha lo stesso modulo, la stessa direzione ma verso opposto.

Questa legge di solito la si racconta in modo assai alterato: A ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria (detta anche scherzosamente: la formula del "peritazzo" ☺) Se la dite così in un esame di Fisica, non speriate mai di passarlo. Proprio perché diffusa con la dicitura errata, causa la comparsa di forze inesistenti come quelle rappresentate in figura 2: forza centrifuga, e forza peso apparente.

L'aeroplano in virata NON interagisce con nessun corpo e quindi NON può esistere nessuna forza "uguale e contraria" alla proiezione della portanza sull'asse x. Si escludono, per semplicità espositiva le cosiddette forze d'attrito che l'aeroplano sviluppa con l'aria.

È bene chiarire però che esse non sono "forze nuove" da aggiungersi a quelle fondamentali descritte sopra. Sono semplicemente un aspetto della forza elettromagnetica. Gli atomi di un corpo, appoggiato su un altro, interagiscono con quest'ultimo tramite gli effetti elettromagnetici degli elettroni dell'orbitale ESTERNO. L'attrito ne è solo l'effetto. Ma la forza è di tipo ELETTROMAGNETICO.

Abbiamo quindi visto l'applicazione della prima e della terza legge di Newton. Vediamo la seconda legge un pelo più in dettaglio, al fine di chiarire perché non esiste forza centrifuga. Con essa scopriremo anche cosa governa un corpo qualsiasi in moto circolare uniforme e quindi il perché un aeroplano, quando inclina le ali, entra in virata.

VETTORI

Solo un piccolo accenno, perdonatemi, ai vettori. Di norma l'"alunno quadratico medio" pensa che essi siano invenzione dei docenti per complicare la vita ai poveri alunni.
Non è così. Servono per semplificare loro i calcoli matematici.

In figura 3 osservate dei vettori. Le caratteristiche di essi sono: modulo, direzione e verso.
Vi spiego brevemente questi termini in modo piuttosto semplice, ma solo per intenderci:

Il modulo è rappresentato dalla lunghezza del vettore;
La direzione è l'orientamento del vettore. Entrambi i vettori di figura 3, hanno la stessa direzione;
Il verso è l'orientamento del vettore rispetto alla sua direzione. I vettori di figura hanno verso opposto;
Il punto in cui un vettore ha origine, si chiama: punto di applicazione.

Figura 3

Non mi addentrerò nei discorsi inerenti la somma vettoriale od altro. Do' per scontato che queste siano nozioni già da oi acquisite nei corsi superiori, oppure direttamente dalle scuole di pilotaggio.

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

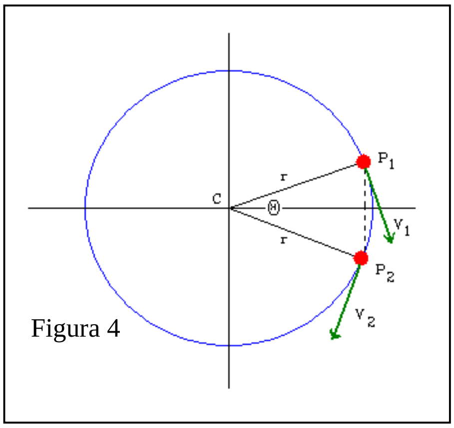

Figura 4

Esaminiamo ora il moto a velocità costante di un corpo lungo una circonferenza, che potrebbe tranquillamente essere l'aeroplano soggetto di questo trattato. Come avremo modo di osservare, in questo tipo di moto la velocità e l'accelerazione hanno modulo costante ma variano continuamente in direzione. Si tratta del *moto circolare uniforme*.
Esempi di esso sono il moto della Luna intorno alla Terra, quello dell'elica di un aeroplano, del piatto di un giradischi, dell'aereo in virata, etc etc etc…

La situazione è quella rappresentata in figura 4. Sia P_1 la posizione di un corpo al tempo t_1, ossia immaginate un aereo che alle 10:45 si trovi nella posizione P_1 e P_2 la sua posizione al tempo $t_2 = t_1+\Delta t$, ossia sempre il nostro aereo dopo 10 minuti, quindi t_2=10:45 + 00:10. La notazione Δ indica appunto una variazione.

La velocità che ha il corpo in P_1 è indicata con V_1 ed è TANGENTE alla traiettoria, mentre $\mathbf{v}_2$ è la velocità nel punto P_2.

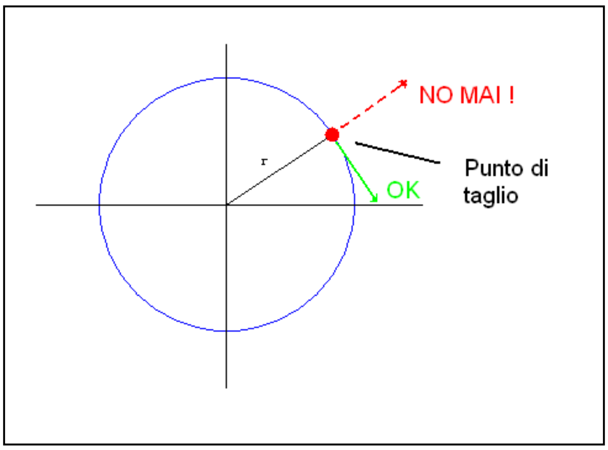

Figura 5

Se il corpo di cui stiamo parlando fosse un sasso legato con una corda, che stessimo roteando vorticosamente a velocità angolare costante (ossia percorre angoli uguali in tempi uguali), e ad un certo punto tagliassimo la corda che trattiene il sasso, quest'ultimo NON fuggirebbe con traiettoria radiale, ma bensì TANGENZIALE, e tornerebbe ad assumere un MOTO RETTILINEO UNIFORME tangente al punto in cui la forza esercitata dalla fune sia cessata.

Già qui abbiamo una prima indicazione qualitativa della NON esistenza della "forza centrifuga", proprio perché il sasso non avrebbe nessuna traiettoria RADIALE al punto di taglio corda (Figura 5). Il termine "centrifugo" significa appunto: fuga dal centro, ma il tutto non segue affatto questa traiettoria.

Inoltre se vi fosse una forza applicata, il sasso NON procederebbe in "moto rettilineo uniforme" (com'invece ACCADE nella realtà), ma sarebbe in moto "uniformemente accelerato", poiché vedrebbe SEMPRE applicata a se stesso una forza: la forza centrifuga, ed allora accelererebbe all'infinito. Come mai ? Ma è banale per via della seconda legge di Newton.

$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ implica che:

per avere almeno una forza è OBBLIGATORIO avere almeno un'accelerazione applicata alla massa. Se non v'è accelerazione, non v'è nemmeno una forza (moltiplicate "m" per zero, e vedetene il risultato….).

Quindi se il corpo fugge a velocità costante, quindi in **moto rettilineo uniforme**, non v'è nessuna accelerazione applicata e quindi nemmeno una forza, vogliate chiamarla centrifuga o con qualsivoglia altro nome vi inventiate. Non c'è e ciò conta.

Torniamo per un attimo ai punti di Figura 4. I vettori $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ hanno lo stesso modulo v, ma direzione diversa. Il percorso dell'aereo nell'intervallo di tempo Δt è quindi rappresentato dall'arco (traiettoria) P_1P_2 uguale a $r\Theta$. L'angolo Θ è espresso in radianti. Il radiante è la proiezione del raggio sulla circonferenza a cui appartiene, in pratica è un arco della circonferenza la cui lunghezza è identica al proprio raggio. Motivo per cui rapportando il raggio all'arco emerge il prodotto $r\Theta$. Solo per capire quanto lungo è detto arco, cioè detta traiettoria.
Ma $r\Theta = v\,\Delta t$.
Non spaventatevi. Ragionate un attimo. Se la velocità è il rapporto tra spazio percorso e tempo impiegato per percorrerlo, quest'ultimo sarà dato dal prodotto della velocità con il tempo impiegato per percorrere detto spazio.

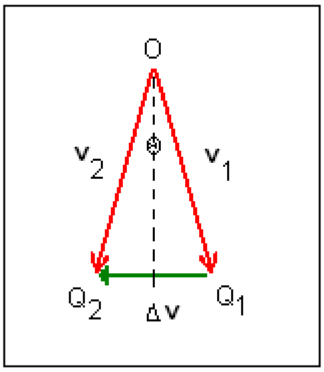

Figura 6

Lo spazio percorso è la traiettoria, quindi $r\Theta$ e la si ricava moltiplicando la velocità dell'aereo v per il tempo trascorso (gli ipotetici 10 minuti che ho inventato per farvi meglio capire il tutto), cioè: Δt.

Vi siete rilassati ora ? Non c'è nulla di impossibile da capire. Basta concentrarsi un attimo e tutti i conti tornano.
Dove voglio arrivare con questo argomento ?
L'obbiettivo è dimostrarvi che non solo non esiste una forza centrifuga, ma nemmeno centripeta. Ciò che esiste è solo un'ACCELERAZIONE CENTRIPETA che, applicata alla massa dell'aeroplano, genera la forza che è causa della virata. Quindi ciò che si indica come "forza centripeta" non è altro che una risultante (!). La causa primaria è l'**accelerazione centripeta**.

In figura 6 ho riportato i vettori $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ della figura 4. Li ho riportati facendo coincidere il punto di applicazione. Ciò è possibile se il modulo, la direzione ed il verso dei due vettori sono quelli rappresentati in figura 4.

La figura 6, quindi, ci permette di vedere la variazione di velocità nel passaggio del nostro aeroplano da P_1 a P_2, indicata con $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2\text{-}\mathbf{v}_1$, essa rappresenta il vettore che bisogna aggiungere a $\mathbf{v}_1$ per ottenere $\mathbf{v}_2$ (riguardatevi le regole inerenti la somma poligonale dei vettori, se vi trovate spaesati, ma non credo sia il vostro caso. Semmai, prendete per "fede" questo passaggio ossia: credeteci senza tante storie ☺).

Se tracciamo $\Delta\mathbf{v}$ a partire dal punto di mezzo dell'angolo P_1P_2, è facile rendersi conto che essa è diretta verso **il centro della circonferenza**.

Ora, il triangolo OQ_1Q_2 formato da $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ e $\Delta\mathbf{v}$, è simile al triangolo CP_1P_2 della figura 7 formato dalla corda P_1P_2 e dai due raggi CP_1 e CP_2 in quanto si tratta di due triangoli isosceli con lo stesso angolo al vertice. Infatti l'angolo Θ tra $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ e l'angolo P_1CP_2 sono uguali poiché limitati da direzioni tra loro perpendicolari.
Nella figura 6 ho tracciato la bisecante dell'angolo Θ, che è la linea che divide in due parti eguali detto angolo. Essa divide in due anche il vettore $\Delta\mathbf{v}$ facendolo diventare ½ Δv. Pertanto ½ $\Delta v = v$ sen$\Theta/2$.

La definizione di accelerazione, la indica come variazione di velocità al trascorrere del tempo. Rappresentando quindi $\Delta v/\Delta t$ con le formule che ho esposto prima, otteniamo (non spaventatevi, non è il caso):

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2v\,\mathrm{sen}(\Theta/2)}{r \quad \Theta/v} = \frac{v^2}{r} \quad \frac{\mathrm{sen}(\Theta/2)}{\Theta/2}$$

(ho moltiplicato entrambi i membri per v e per ½)

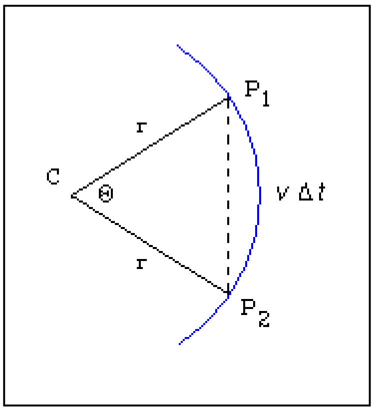

Figura 7

Al limite $\Delta t \longrightarrow 0$, si ottiene il modulo dell'accelerazione istantanea. Quindi quanto la variazione del tempo diviene infinitesima, è cortissima anche la traiettoria. Pertanto anche l'angolo Θ percorso dall'aereo. In tali condizioni si può agevolmente utilizzare l'approssimazione sen $x \approx x$ valevole *per angoli piccoli*. E questo è vero solo se l'angolo è espresso in radianti. Ad esempio se x = 5° = 0,0873 rad, sen x = 0,0872.

Considerando angoli piccoli sen(Θ/2) ≈ Θ/2, il numeratore ed il denominatore del secondo termine si semplificano ed il tutto tende a **1**.

Ne deriva è che: $\mathbf{a} = v^2/r$.

E poiché l'accelerazione istantanea **a** è PARALLELA a Δ**v**, essa è sempre **diretta verso il centro** della traiettoria circolare. Proprio per tale ragione vien detta: **accelerazione centripeta**.

Sicuramente qualcuno di voi obietterà:" Ma la traiettoria dell'aereo, quando vira, non è infinitamente piccola, per cui il secondo termine dell'equazione non può essere unitario". Se detto così, l'affermazione potrebbe sembrare vera, ma invece è falsa. Perché ? Semplice: perché una traiettoria "lunga" può essere ben rappresentata da una serie di traiettorie infinitesime poste in sequenza. Esattamente come una retta e/o una circonferenza sono costituite da tanti punti posti in sequenza.

Abbiamo quindi visto insieme come non esista nessuna forza centrifuga e nessuna forza centripeta. Il nostro aereo vira senza alcuna necessità di queste "forze apparenti". Applicando la seconda legge di Newton al moto circolare uniforme otteniamo quindi la seguente formula:

$|\Sigma\, \mathbf{F}| = m\mathbf{a} = m\, v^2/r$

In cui il fattore accelerazione **a** è stato sostituito con il fattore estrapolato prima. Il corpo non è quindi in equilibrio in quanto la risultante delle forze agenti su esso non è nulla. La direzione della Σ**F** deve essere costantemente diretta lungo **a** e quindi radialmente.
Questa forza dev'essere causata da uno (o più) agenti esterni che fa parte dell'ambiente del corpo di massa "m" che ruota, cioè fa parte dell'aereo.

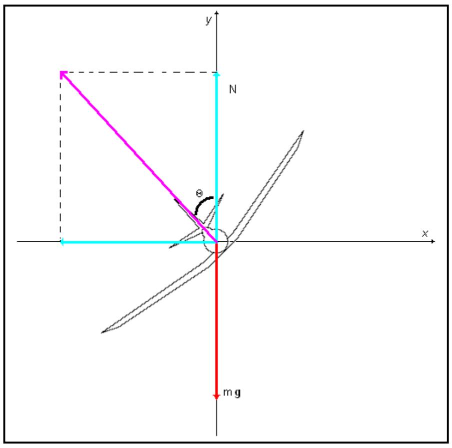

Figura 8

Ruotando sull'asse di rollio semplicemente si sposta il vettore normale al peso (che vien detto portanza) dell'angolo pari all'angolo di rollio, e ciò crea l'accelerazione centripeta necessaria per imprimere la forza alla massa dell'aeroplano per virare, il cui modulo è mv^2/R.

La figura 1, che è di per se errata poiché considera forze inesistenti, va quindi corretta. La figura 8 rappresenta la reale disposizione delle forze di un aereo in virata.

Le forze ora sono rappresentate con il loro nome reale. La "forza peso" è m**g** , dove **g** è l'accelerazione gravitazionale pari a 9.81 m/s^2, la forza "N", cioè normale (ortogonale all'asse x) che è dovuta alla portanza, "m" è la massa dell'aeroplano.

Però durante la virata, è necessario o cabrare un po' o dare un po' di potenza al fine di eguagliare la risultante sull'asse y (N) della portanza con il peso (m**g**) altrimenti si perde quota (!).

Le equazioni che descrivono l'aereo in virata sono (separate per i due assi di riferimento, considerando positivo il senso di lettura assi e la virata come in figura):

$\Sigma\ \mathbf{F}_x = -$ N senΘ + 0 = - N senΘ = m$\mathbf{a}_x$ = mv^2/r
$\Sigma\ \mathbf{F}_y$ = N cosΘ + (- m$\mathbf{g}$) = m$\mathbf{a}_y$ = 0

La risultante (in violetto) è pertanto

Portanza = $\sqrt{[(-\text{ N sen}\Theta)^2 + (\text{N cos}\Theta)^2]}$

Potete benissimo notare che sull'asse *y* la sommatoria delle forze è uguale a 0 (se si mantiene l'aereo senza perdite di quota), sull'asse *x* invece c'è la forza che impone la virata.

Ma vediamo cosa accade dividendo membro a membro tra loro le equazioni di cui sopra:

tanΘ = v^2/rg

Da cui:

Θ = atan(v^2/rg)

Quindi l'angolo di inclinazione dipende dalla velocità del velivolo e dal raggio di curvatura della virata. NON dipende dalla MASSA. Questo vuol dire che il velivolo potrebbe essere un "Groppino" o un 747-400X. I risultati sono identici a parità di velocità ed angolo di bank.
Proviamo ad applicare tutto ad un paio di esempi pratici:

Sia un MD80 (aereo bi-reattore), avente una velocità di crociera pari a 810 km/h. Mentre mantiene questa velocità, esegue una virata con un angolo di inclinazione (bank) di 30°. Qualè il raggio di virata ?

Dalle equazioni che abbiamo scritto possiamo ricavare il dato. Anzitutto dobbiamo esprimere la velocità nella sua unità di misura, ossia in m/s. 810 km/h = 225 m/s.
Il raggio è pertanto (i gradi sono espressi in RADIANTI e NON in sessagesimali, quindi bisogna convertire i 30° in radianti):

r = v^2/g tanΘ

e sostituendo si ha:

r = 225^2 / 9.81 tan 0.577° rad = 8 943.65 m

Il raggio di virata è quindi di poco inferiore ai 9 km.
Applichiamo il tutto anche al mitico "Groppino" immaginando una velocità di 100 km/h, in tal modo molti di voi potranno sperimentare questa formulazione direttamente:

Velocità = 100 km/h
Angolo di bank = 30°

r = 100^2/9.81 tan 0.577° rad = 1 766.64 m

Il raggio di virata è di circa 1 767 mt, appena sotto i 2 km, se invece facessimo una virata stretta (steep-turn) che abbia un bank di 55°:

r = 100^2/9.81 tan 1.712° rad = 595.27 m

interessante vero ? Nei calcoli non si è fatto uso di: peso apparente, forza centrifuga ed altre cose INESISTENTI. Proprio perché tali (la tesi ha confermato l'ipotesi), i risultati sono esatti e potrete confrontarli direttamente.
Ovviamente si è ipotizzato un clima in assenza di vento, turbolenza e termiche.

Buone virate a tutti.